Exercice 1 -- [*5 points*]

A.// Le plan complexe $\mathscr{P}$ est rapporté au repère orthonormé (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$).

1°/ Résoudre dans c, l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

On pose $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - i$. Écrire a et b sous forme exponentielle et placer les points A d'affixe a et B d'affixe b dans le repère (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$). (2pts)

2°/ Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.Calculer a**'** affixe de A**'** = r(A). Ecrire a**'** sous forme algébrique et placer A' dans le même repère. (*1pt*)

B.// Dans une certaine ville, il y a 3 médecins. Quatre habitants malades la même nuit appellent un médecin au téléphone après avoir choisit au hasard l'un des 3 médecins dans l'annuaire.

1°/ Quelle est la probabilité pour que les 4 malades appellent le même médecin ? (*1pt*)

2°/ Quelle est la probabilité pour que les 3 médecins soient appelés. (*1pt*)

NB : *Les parties A et B sont indépendantes*

Exercice 2 -- [*5 points*]

On ajoute une certaine dose d'un antibiotique à un bouillon de culture contenant des microbes sensibles à cet antibiotique. Un ordinateur compte et indique à chaque heure le nombre de microbes vivants dans le bouillon ; on s'aperçoit qu'à chaque heure, le nombre de microbes vivants est la moitié du nombre de microbes à l'heure précédente.

1°/ Sachant qu'à 6heures le bouillon contenait N microbes, calculer le nombre de microbes vivants aux heures suivantes : 7h ; 8h ; 9h ; 10h. (*2pts*)
Montrer que ces nombres sont en progression géométrique. Calculer pour un entier positif n la somme S_n des n premiers termes de cette progression. (*2pts*)

TSVP ☛

2°/ À 12 heures, on ajoute au bouillon un produit qui annule l'effet de l'antibiotique. On constate alors que le nombre de microbes vivants dans le bouillon augmente de 25% par heure. Calculer le nombre de bouillon vivants dans le bouillon à 14h si $N=10^{10}$. (*1pt*)

Problème--[*10 points*]

Partie A

Soit la fonction *f* définie sur [10 ; 100] par : $f(x) = \dfrac{\ln x - 2}{x}$

1°/ Calculer $f'(x)$ (*1pt*)

2°/ Démontrer que $f'(x)$ est positive sur l'intervalle $[10\,;\,e^3]$ et négative sur $[e^3\,;\,100]$ (*1pt*)

3°/ Dresser le tableau de variations de *f*. (*2pts*)

Partie B

On se propose d'exprimer la capacité pulmonaire de l'être humain en fonction de son âge.

x représenté en années et $g(x)$ la capacité pulmonaire en litres, on admet que sur l'intervalle $[10;100]$ on a : $g(x) = 110f(x)$ où f est la fonction définie dans la **partie A.**

1°/ Calculer la capacité pulmonaire à 10 ans, 15 ans, 30 ans et 60 ans. (*2pts*)

2°/ Tracer la courbe représentative de *g* dans un repère orthogonal (en abscisse : 2 cm pour 10 ans et en ordonnées 3 cm pour 1 litre). (*2pts*)

3°/ À quel âge la capacité pulmonaire est-elle maximale ? Quelle est cette capacité maximale ? (*1pt*)

4°/ Déterminer graphiquement l'intervalle du temps durant lequel la capacité pulmonaire reste supérieure ou égale à 5 litres (*1pt*)