

SÉRIES : SBT/TSExp

Exercice 1 [5 points]

A-// L'aire \mathcal{A} (en cm^2) de la peau d'un cobaye, en fonction de son poids P (en gramme) est donnée par l'égalité suivante : $\ln \mathcal{A} = \ln(9,85) + 0,64 \ln P$. (ln désignant le logarithme népérien).

1°/ Quelle est l'aire \mathcal{A} de la peau d'un cobaye de poids $P = 780\text{g}$? (1,5pt).

2°/ Quel est le poids P d'un cobaye dont la peau a pour aire $\mathcal{A} = 30\text{cm}^2$? (1,5pt).

B-// Pour déterminer l'âge d'un fossile ou d'un os on mesure le pourcentage de "carbone 14" présent dans l'objet. En effet, à la mort d'un être vivant si k est le pourcentage de "carbone 14" restant au bout de N années, alors on a :

$$N = -8310 \times \ln k.$$

1°/ Le squelette d'un « homme du Cro-Magnon » contient 5% de carbone 14 initial. Quel âge a-t-il ? (1pt).

2°/ Le pourcentage k de carbone 14 contenu dans un fossile vérifie :

$51,8\% < k < 53,8\%$. Donner un encadrement de l'âge de ce fossile. (1pt).

Exercice 2 [5 points]**A-//**

1°/ Résoudre dans \mathbf{C} l'équation : $[z^2 - 2(1+i)z + 4i] \times (z^2 + 4z + 8) = 0$. (1pt)

Les images des racines dans le plan complexe sont notées A, B, C, D tels que :

- A et B ont même abscisse
- A et C ont même ordonnée

2°/ Définir la similitude directe \mathcal{S} du plan complexe telle que $\mathcal{S}(A) = C$ et

$\mathcal{S}(B) = D$. En donner l'angle, le rapport et le centre Ω . (2pts)

B-// On place dans une boîte des pièces de monnaies de 1 F, 2 F, 5 F et 10 F. On désigne par a , b , c et d respectivement le nombre des pièces de 1 F, 2 F, 5 F

et 10 F. On suppose que les nombres a, b, c et d sont dans cet ordre, les termes d'une suite arithmétique. Il y a 5 pièces de 2 F et la somme totale contenue dans la boîte est 42F.

a.) Déterminer les réels a, b, c , et d . (1pt)

On suppose dans la suite : $a = 7$; $b = 5$; $c = 3$ et $d = 1$

Dans un magasin, pour régler un achat de 17 F on extrait au hasard et simultanément 3 pièces dans la boîte.

b.) Quelle est la probabilité d'obtenir la somme exacte de 17 F ? (0,5pt)

c.) Quelle est la probabilité d'obtenir une somme suffisante pour faire son achat ? (0,5pt)

Problème [10 points]

A-// On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = |x(x-1)|$.

1°/ Exprimer $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue. (0,5pt)

2°/ Étudier la dérivabilité de f aux points d'abscisses 0 et 1. (1pt)

3°/ Étudier les variations de f . (1pt)

4°/ Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, construire la représentation graphique (Γ) de f et les demi tangentes aux points d'abscisses 0 et 1. (2,5pts)

B-// On considère la fonction g de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par $g(x) = e^{2x} - 2e^x$.

1°/ Étudier le sens de variation de g (2pts).

2°/ Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (\mathcal{C}_g) au point d'abscisse $x_0 = -\ln 2$. (0,5pt)

3°/ Soit h la fonction définie par : $h(x) = g(x) + \frac{1}{2}(x + \ln 2) + \frac{3}{4}$

Calculer $h'(x)$ et déduire de $h'(x)$ le signe de $h(x)$. (1pt)

4°/ Tracer (\mathcal{C}_g) et (T) dans un repère différent de celui utilisé pour (Γ) et déterminer leurs positions relatives. (1,5pts)