

SERIES: SBT / TSExp

Exercice 1 : _____ (5points)

1°/ On considère dans le plan les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 1 + i ; b = 1 + (1 + \sqrt{3})i ; c = (1 + \sqrt{3})i.$$

a.) Déterminer le module de chacun des nombres complexes suivants :

$$a - b ; c - a \text{ et } c - b \text{ (1,5pt)}$$

b.) En déduire la nature du triangle ABC (0,5pt)

2°/ Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Soit les points $A(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$; $B(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ et $C(0; -1)$

On considère l'application s du plan complexe dans lui-même qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = (1 + i\sqrt{3})z$

a.) Déterminer les affixes des points A', B' et C' images respectives des points A, B et C par s . (1,5pts)

b.) Construire dans le plan muni du repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ les points A, B, C et leurs images A', B', C' par s . (1,5pts)

Exercice 2 : _____ [5points]

1°/ Soit la suite (U_n) définie par $\forall n \in \mathbf{N}, U_n = e^{2n+1}$.

a.) Calculer U_0, U_1, U_2 . (1pt)

b.) Préciser la nature et la raison de la suite (U_n) . (1pt)

c.) Calculer en fonction de n la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ (0,5pt).

TSVP 

2°/ Dans un centre sportif il y a N étudiants dont :

- 200 pratiquent du football ;
- un tiers pratique du basket-ball;
- un dix-huitième pratique les deux sports ;
- un sixième ne pratique ni l'un ni l'autre.

a.) Traduire les informations ci-dessus sous forme d'équations permettant de calculer N puis déterminer sa valeur. (1pt)

b.) Déterminer la probabilité pour qu'un sportif choisi au hasard dans ce centre:

- soit à la fois footballeur et basketteur. (0,5pts)
- ne soit ni footballeur ni basketteur. (0,5pts)
- soit seulement footballeur. (0,5pt)

Problème : _____ [10points]

A-//

1°/ On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - y = 4x e^x$

Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie par $g(x) = (ax^2 + bx)e^x$ soit solution de (E). (1,5pt)

2°/ Vérifier qu'une fonction numérique f définie sur \mathbf{R} est solution de (E) équivaut à $f - g$ est solution de l'équation (E') : $y'' - y = 0$ (1pt)

3°/ Résoudre (E') puis en déduire la solution générale de (E). (1,5pt)

B-//

On considère la fonction numérique f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = (x^2 - x + 1)e^x$ de courbe représentative (\mathcal{C}) dans un repère orthonormé ($O ; \vec{i} ; \vec{j}$) (unité 1cm).

1°/ Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis interpréter graphiquement ce résultat.

Déterminer la limite de f en $+\infty$. (1,5pt).

2°/ Calculer la fonction dérivée de f puis dresser son tableau de variation. (1,5pts)

3°/ Déterminer une équation de la tangente (\mathcal{T}) à (\mathcal{C}) au point d'abscisse 1. (1pt)

4°/ Tracer (\mathcal{T}) et (\mathcal{C}) dans le repère ($O ; \vec{i} ; \vec{j}$). (2pts)