Bac **2005**

SERIES: SBT / TSExp

<u>EXERCICE 1</u> : (4 points)

1°/ Calculer les intégrales suivantes :

$I = \int_1^2 \frac{2}{x^2+2x} dx$,(On pourra décomposer $\frac{2}{x^2+2x}$ sous la forme $\frac{a}{x} + \frac{b}{x+2}$ où a et b sont deux réels que l'on déterminera).

$$J = \int_0^1 \sqrt{3x+1}\ dx \qquad K = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x\ dx$$

2°/ Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels. L'équation d'inconnue n :

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 387n$$

<u>EXERCICE 2</u> : (6 points)

I-1°/ Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes associés au plan affine $\mathscr{P}$ rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}\ ; \vec{v}\ )$ on donne les complexes z_1 et z_2 définis par : $z_1 = \frac{i-13}{-12+14i}$ et $z_2 = \frac{2i+1}{1-3i}$

a) Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique : $a + ib$; puis déterminer le module et un argument de chacun d'eux.

b) On désigne par A le point d'affixe Z_1 et B le point d'affixe z_2, déterminer le module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$ et en déduire la nature du triangle AOB.

II– 1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E): $y'' + \frac{1}{9} y = 0$

2°) a) Trouver la fonction f solution particulière de (E) vérifiant $f(0) = -\sqrt{3}$ *et* $f(\frac{3\pi}{2}) = 1$

b) Trouver les réels r et ω strictement positifs et $\varphi \in]-\pi;\pi]$ tel que :

$$f(x) = r\cos(\omega x + \varphi)$$

3°) Trouver la solution g de (E) vérifiant : $g(0) = 2$ *et* $g(\frac{3\pi}{2}) = 0$.

4°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = g(x)$.

PROBLÈME : (10 points)

1°) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{-2\}$ par : $f(x)=\dfrac{1}{|x+2|}-x$;

C_f est la courbe représentant ses variations dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ (Unité graphique 2cm).

a) Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

b) Etudier les limites de $f(x)$ aux bornes de l'ensemble de définition, on précisera les asymptotes à C_f .

c) Calculer la fonction dérivée de f, déduire les variations de f et tracer C_f dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$.

2°) F est la fonction définie sur] – 2 ; + **∞ [par** $F(x)=\ln(x+2)-\dfrac{1}{2}(x^2-1)$.

a) Vérifier que F est la primitive de f sur] – 2 ; +**∞ [qui** s'annule en – 1.

b) Etudier les limites de F (x) aux bornes de son ensemble de définition.

c) Dresser le tableau de variation de F et tracer sa courbe (**Γ**) dans un repère autre que celui qui a servi pour tracer C_f .

d) Préciser les ordonnées des points d'abscisses 1 et 2 de cette courbe (**Γ**).