

SÉRIE: SBT-TSExp**EXERCICE I** : (4 points)

1) Trouver la racine évidente de l'équation : $y^3 - 3y^2 + 2 = 0$.

Résoudre cette équation dans \mathbb{R} .

2) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système :

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \log_4^x + \log_2^y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

EXERCICE II : (6points)

Un marchand d'appareils ménagers vend le même jour quatre réfrigérateurs identiques garantis pour cinq ans. La probabilité pour qu'un réfrigérateur de ce type n'ait pas de panne pendant la période de garantie est 0,9. On suppose que les réfrigérateurs tombent en panne indépendamment les uns des autres. Calculer, à 10^{-4} près par défaut, la probabilité pour que :

1) les quatre réfrigérateurs n'aient pas de panne pendant la période de garantie.

2) deux réfrigérateurs, et deux seulement, tombent en panne pendant la période de garantie.

PROBLEME : (10 points)

A- On considère la fonction g de la variable réelle x définie par : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

1) Dresser le tableau des variations de $g(x)$. Déduire de ce tableau que

L'équation $g(x) = 0$ a pour unique solution $x = 1$.

2) Déterminer le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x .

B- On considère la fonction f de la variable réelle x définie par : $f(x) = (x - 1) - \ln x$

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f ;

2) Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique. Donner les équations des asymptotes à la courbe (C_f) .

3) Etudier les variations de $f(x)$ et construire (C_f) .

4) Soit F la fonction de la variable réelle x définie par $F(x) = (\ln x)^2$.

Calculer $F'(x)$; en déduire une primitive de f .

5) Calculer l'aire du domaine plan limité par (C_f) , l'asymptote oblique et les droites d'équations : $x = e$ et $x = e^2$.